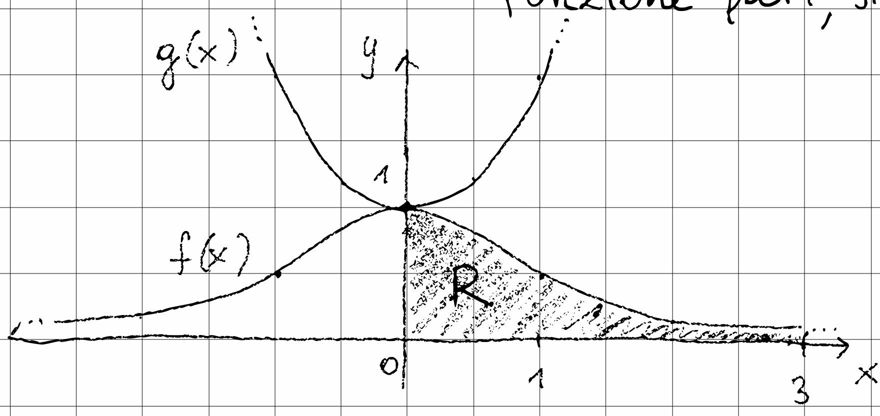
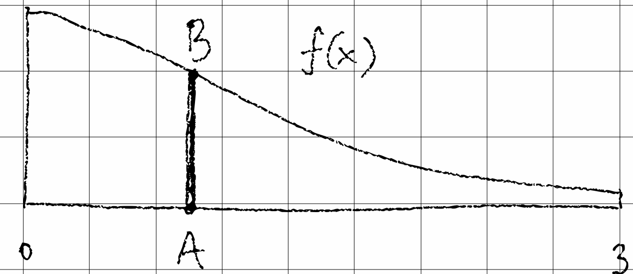
$g(x) = x^2 + 1$ parabola con la concavità rivolta verso l'alto e il vertice nel punto $(0; 1)$

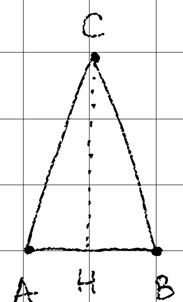
$f(x) = \dfrac{1}{g(x)} = \dfrac{1}{x^2+1}$ funzione <u>reciproca</u> di $g(x)$ con le seguenti caratteristiche:

- crescente in $(-\infty; 0)$
- decrescente in $(0; +\infty)$
- asintoto orizzontale di equazione $y = 0$
- massimo assoluto in $(0; 1)$
- funzione pari, simmetrica rispetto all'asse y



il grafico di $f(x)$ si deduce dal grafico di $g(x)$

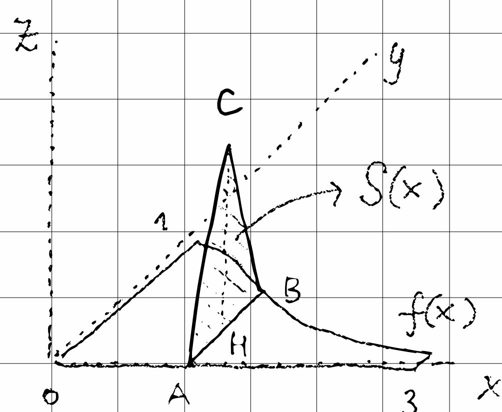




$\overline{AB}$ base

$\overline{CH}$ altezza

$S(x)$ sezione



la regione R é base di un solido che viene "affettato" con piani perpendicolari all'asse x, i quali determinano sulla regione R dei tagli di base $\overline{AB}$ aventi la forma di triangoli isosceli, in cui $\overline{AC} = \overline{BC}$.

$A(x; 0)$

$B(x; f(x)) \equiv \left(x; \frac{1}{x^2+1}\right)$

$\overline{CH} = Kx \qquad (K \in \mathbb{R}^+)$

$\overline{AB} = |y_B - y_A| = \frac{1}{x^2+1}$

L'area della sezione del solido è quindi: $S(x) = \dfrac{\overline{AB} \cdot \overline{CH}}{2} =$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^2+1} \cdot kx = \frac{kx}{2(x^2+1)}$$

Il volume del solido si calcola con il <u>metodo delle sezioni</u>:

$$V = \int_a^b S(x)\,dx = \int_0^3 \frac{kx}{2(x^2+1)}\,dx = \frac{k}{2}\int_0^3 \frac{x}{x^2+1}\,dx =$$

$$= \frac{k}{2} \cdot \frac{1}{2}\int_0^3 \frac{2x}{x^2+1}\,dx = \frac{k}{4} \cdot \left[\ln|x^2+1|\right]_0^3 = \frac{k}{4} \cdot \left[\ln(x^2+1)\right]_0^3 =$$

$$= \frac{k}{4} \cdot (\ln 10 - \ln 1) = \frac{k}{4} \cdot \ln 10$$

Imponendo la condizione $V = 2$ si ricava $k = \dfrac{8}{\ln 10}$.