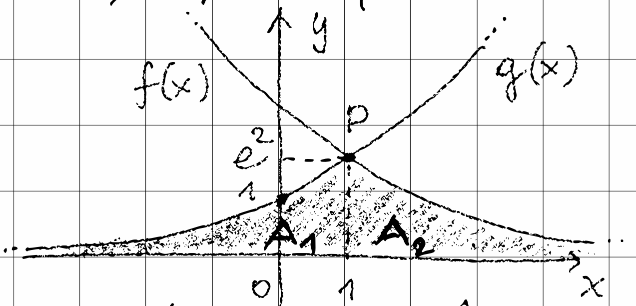
$$\begin{cases} f(x) = e^{3-x} \\ g(x) = e^{2x} \end{cases}$$

Per determinare il punto di intersezione dei grafici delle due funzioni basterà risolvere il sistema:

$f(x) = g(x) \rightarrow e^{3-x} = e^{2x} \rightarrow 3 - x = 2x \rightarrow x = 1$ quindi $P(1; e^2)$ è il punto di intersezione cercato.



L'area della regione tratteggiata si calcola mediante il ricorso a un integrale improprio.

$$A_1 = \int_{-\infty}^{1} g(x)\,dx = \int_{-\infty}^{1} e^{2x}\,dx = \lim_{a\to-\infty} \int_a^1 e^{2x}\,dx = \lim_{a\to-\infty} \frac{1}{2}\cdot\int_a^1 2e^{2x}\,dx =$$

$$= \lim_{a\to-\infty} \frac{1}{2}\cdot\left[e^{2x}\right]_a^1 = \lim_{a\to-\infty} \frac{1}{2}\cdot\left(e^2 - e^{2a}\right) = \frac{1}{2}e^2.$$

tende a zero

$$A_2 = \int_1^{+\infty} f(x)\,dx = \int_1^{+\infty} e^{3-x}\,dx = \lim_{b\to+\infty} \int_1^{b} e^{3-x}\,dx = \lim_{b\to+\infty} -\int_1^{b} -e^{3-x}\,dx =$$

$$= \lim_{b\to+\infty} -\left[e^{3-x}\right]_1^{b} = \lim_{b\to+\infty} -\left(\underbrace{e^{3-b}}_{\text{tende a zero}} - e^2\right) = e^2.$$

Pertanto:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{1}{2}e^2 + e^2 = \frac{3}{2}e^2.$$

Gli integrali impropri sono entrambi convergenti e quindi l'area della regione tratteggiata assume un valore finito.